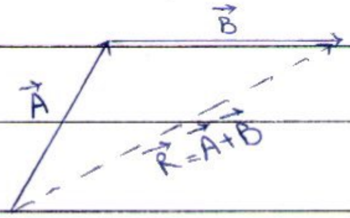
مؤلف:
مهرداد شاه محمدی

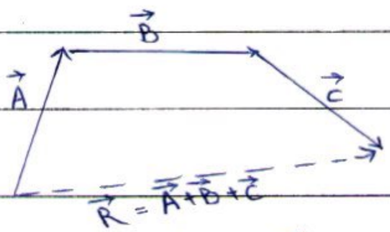
موضوع: جمع بردارها

۱) رسم بردار برآیند

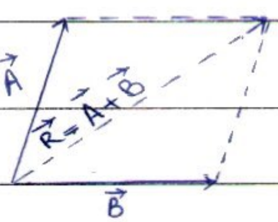
الف: روش مثلث: این روش هنگامی به کار می‌رود که ابتدای یک بردار در انتهای بردار دیگر قرار گرفته باشد؛ برای رسم بردار برآیند ابتدای بردار اول را به انتهای بردار دوم وصل می‌کنیم.



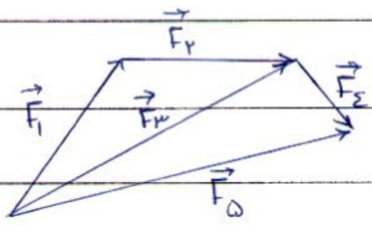
✓ اگر چندین بردار پشت سر هم قرار گیرند، برای رسم بردار برآیند ابتدای بردار اول را به انتهای بردار آخر وصل می‌کنیم.



ب: روش متوازی الاضلاع: این روش هنگامی به کار می‌رود که ابتدای دو بردار از یک نقطه رسم شده باشند؛ برای رسم بردار برآیند از دو بردار یک متوازی الاضلاع می‌سازیم و قطر آن را رسم می‌کنیم.



ت۱: در شکل روبه‌رو حاصل $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\vec{F}_4+\vec{F}_5$ کدام است؟



۱) صفر

۲) $\vec{F}_3+2\vec{F}_5$

۳) $\vec{F}_3+\vec{F}_5$

۴) $\vec{F}_3$

۲) اندازه برآیند دو بردار:

اگر دو بردار با اندازه‌های A و B با هم زاویه α بسازند، برآیند آنها از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$R=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\alpha}$$

ت۲: برآیند دو بردار با اندازه‌های ۵ و ۱۰ که با هم زاویه ۱۲۰ درجه می‌سازند، کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۲)

۱) $5\sqrt{2}$ ۳) $7.5\sqrt{2}$

۲) $5\sqrt{3}$ ۴) $7.5\sqrt{3}$

حالت خاص:

$$\vec{A}\perp\vec{B} \Rightarrow R=\sqrt{A^2+B^2}$$

$$A=B \Rightarrow R=2A\cos(\frac{\alpha}{2})$$

از رابطه دوم تنها زمانی می‌توان استفاده کرد که ($\frac{\alpha}{2}$) زاویه‌ای باشد که مقدار کسینوس آن را بدانیم.

ت۳: اندازه برآیند دو بردار هم اندازه $\sqrt{3}$ برابر اندازه هرکدام از بردارها است، زاویه بین دو بردار چند درجه است؟

۱) °۳۰ ۳) °۶۰

۲) °۴۵ ۴) °۱۲۰

نکته: بنا به فرمول اصلی برآیند، اگر اندازه دو بردار ثابت باشد و زاویه بین آنها از صفر تا °۱۸۰ تغییر دهیم، بردار برآیند از ماکزیمم مقدار خود ($R_{max}=A+B$) به ازای $\alpha=0$ به مینیمم مقدار خود ($R_{min}=|A-B|$) به ازای $\alpha=180^\circ$ تغییر می‌کند.

$$|A-B|\le R\le A+B$$

ت۴: برآیند دو بردار با اندازه‌های ۳ و ۵ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) ۶ ۳) ۵

۲) ۸ ۴) ۱

مؤلف:
مهرداد شاه محمدی

T_5 : برآیند کدام دسته از بردارها می‌تواند صفر باشد؟

۱) ۳، ۴، ۷ ۳) ۱، ۲، ۴

۲) ۳، ۴، ۴ ۴) ۲، ۴، ۲

نکته: برآیند سه بردار هم‌راستا: $A-B-C \leq R \leq A+B+C$ است؛ اگر $A-B-C$ منفی شد عدد آن را صفر قرار می‌دهیم.

T_6 : برآیند دو بردار A و B، بر بردار A عمود بوده و $\sqrt{3}$ برابر آن است. حاصل $\frac{|\vec{A}|}{|\vec{B}|}$ کدام است؟

۱) ۲ ۳) ۴

۲) ۰٫۵ ۴) ۰٫۲۵

T_7 : اگر $F_1=F_2=F_3=10$ و $\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}=0$ باشد، حاصل $|\vec{F_1}-\vec{F_2}+\vec{F_3}|$ کدام است؟

۱) صفر ۳) ۱۰

۲) ۵ ۴) ۲۰

نکته: هرچند بردار هم‌اندازه موازی در صفحه قرار بگیرند که زوایایی که با یکدیگر می‌سازند با هم برابر باشد، برآیند آنها صفر می‌شود.

نکته: اگر چند بردار در صفحه باشند باید برآیند آنها را دو به دو بدست آوریم تا در نهایت به برآیند نهایی برسیم.

T_8 : در شکل زیر اندازه بردار برآیند کدام است؟

۱) ۱۰ ۳) $10\sqrt{2}$

۲) ۲۰ ۴) $20\sqrt{2}$

نکته: در بعضی از تست‌ها باید بردارها را به دو دسته تقسیم کرده و برآیند هر دسته را محاسبه کرده و در نهایت برآیند دو دسته را با هم جمع کنیم.

T_9 : برآیند سه بردار به اندازه‌های ۵، ۱۰ و ۵ که دو به دو با هم زاویه ۱۲۰° می‌سازند کدام است؟

۱) صفر ۳) $5\sqrt{3}$

۲) ۵ ۴) ۱۰

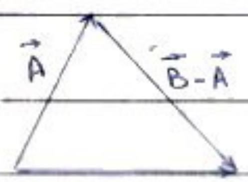
مؤلف:

مهرداد شاه محمدی

موضوع: ......جمع بردارها.........

* تفاضل بردارها:

رسم بردار تفاضل: برای رسم بردار تفاضل انتهای دو بردار را به هم وصل کرده و جهت بردار را به سمت بردار اول در نظر می‌گیریم.



اندازه بردار تفاضل:

اگر دو بردار با اندازه‌های A و B با هم زاویه α بسازند، تفاضل آنها از فرمول زیر بدست می‌آید:

$$C=\sqrt{A^2+B^2-2AB\cos\alpha}$$

حالات خاص:

$$\vec{A}\perp\vec{B} \Rightarrow C=R=\sqrt{A^2+B^2}$$

$$A=B \Rightarrow C=2A\sin(\frac{\alpha}{2})$$

با توجه به فرمول اصلی برآیند اگر اندازه دو بردار ثابت باشد و زاویه بین آنها از صفر تا ۱۸۰ درجه تغییر دهیم، تفاضل از کمینه مقدار خود ($C_{min}=|A-B|$) به ازای $\alpha=0$ تا ماکزیمم مقدار خود ($C_{max}=A+B$) به ازای $\alpha=180°$ تغییر می‌کند.

$$|A-B|\leq C\leq A+B$$

اگر دو بردار هم اندازه باشند، بردار برآیند و تفاضل آنها بر هم عمود خواهند بود. در این حالت برآیند و تفاضل قطرهای لوزی می‌شوند.

مؤلف:

مهرداد شاه محمدی

موضوع: ترکیب بردارها

پاسخ تست‌ها:

T۱:

همانطور که در شکل می‌بینیم: $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_4=\vec{F}_5$ است؛ بنابراین $\Leftarrow$ $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\vec{F}_4+\vec{F}_5=\vec{F}_3+2\vec{F}_5$

T۲:

$$R=\sqrt{5^2+10^2+2\times5\times10\times\cos120^\circ}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$$

T۳:

$$R=2A\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\xrightarrow{R=\sqrt{3}A}\sqrt{3}A=2A\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\rightarrow\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\rightarrow\frac{\alpha}{2}=30^\circ\rightarrow\alpha=60^\circ$$

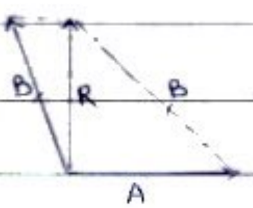
T۴:

برآیند دو بردار بین مجموع و تفاضل آنها است: تنها گزینه ۴ این ویژگی را ندارد.

T۵:

برای اینکه برآیند سه بردار صفر شود باید هر برداری بین مجموع و تفاضل دو بردار دیگر قرار گیرد؛ پس گزینه ۲ صحیح است. چون هر برداری از آن را در نظر بگیریم بین مجموع و تفاضل دو بردار دیگر قرار می‌شود.

T۶:



با توجه به شکل: $B=\sqrt{A^2+R^2}\xrightarrow{R=\sqrt{3}A}B=\sqrt{A^2+3A^2}=2A\rightarrow\frac{A}{B}=0/5$

مؤلف:
مهرداد شاه محمدی

موضوع: جمع بردارها

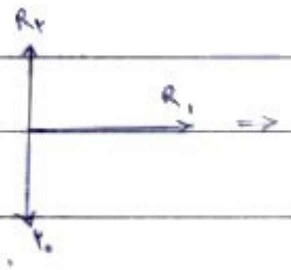
ادامه پاسخ تست‌ها:

T۷:

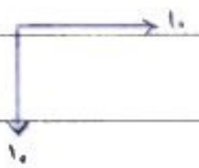
$\vec F_1+\vec F_2+\vec F_3=0 \rightarrow \vec F_1+\vec F_2=-\vec F_3 \Rightarrow |\vec F_1-\vec F_2+\vec F_3|=|-2\vec F_3|=20$

T۸:

برآیند دو بردار هم‌راستای ۳۰ و ۲۰ برابر است با $R_1=10$ و برآیند دو بردار ۱۰ و ۱۰ هم اندازه نیز برابر است با
$(R_2=2\times10\times\cos(\frac{120}{2})=10)$ بنابراین:

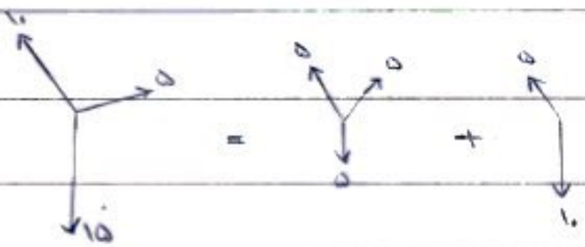


$\Rightarrow$



$\Rightarrow R_T=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt2$

T۹:



$R_T = R_1 + R_2$

$\Rightarrow R_T = 0 + 5\sqrt3 = 5\sqrt3$

(موفق باشید)

آدرس وبلاگ: www.FizikBerger.Blogfa.com

آدرس کانال تلگرام: Telegram.me/FizikBerger